IMPLICAÇÃO LÓGICA

Prof.: Rafael Dias Ribeiro,M.Sc.

Implicação Lógica

- O processo de inferência automática poderia ser realizado utilizando-se tabelas-verdade, mas esta **seria uma estratégia lenta e que ocuparia muito espaço para o armazenamento dos valores lógicos**.

- Existem certas relações que permitem deduzir fatos a partir de outros desde que estes satisfaçam formatos específicos. Estas relações são conhecidas como **regras de inferência**

Implicação Lógica

- Diz-se que uma proposição P(p,q,r,...) implica logicamente ou apenas implica uma proposição Q(p,q,r,...) , se Q(p,q,r,......) é verdadeira (V) todas as vezes que P(p,q,r,.....) é verdadeira (V).

Implicações Lógicas

Regra de Inferência	Fórmulas
Adição	$p \Rightarrow p \vee q$
Simplificação	$p \wedge q \Rightarrow p$
Modus Ponens	$p \wedge (p \rightarrow q) \Rightarrow q$
Modus Tollens	$\sim q \wedge (p \rightarrow q) \Rightarrow \sim p$
Silogismo Disjuntivo	$(p \vee q) \wedge \sim p \Rightarrow q$
Silogismo Hipotético	$(p \rightarrow q) \wedge (q \rightarrow r) \Rightarrow p \rightarrow r$
Eliminação	$(p \rightarrow (q \vee r)) \wedge \sim q \Rightarrow p \rightarrow r$
Prova por Casos	$(p \rightarrow r) \wedge (q \rightarrow r) \Rightarrow (p \vee q) \rightarrow r$

Regra da Adição

$$p \Rightarrow p \vee q$$

p	q	$p \vee q$
V	V	
V	F	
F	V	
F	F	

Regra da Adição

$$p \Rightarrow p \vee q$$

p é verdadeiro; consequentemente a disjunção (*p* or *q*) é verdadeira

Regra da Simplificação

$$p \wedge q \Rightarrow p$$

p e q são verdadeiros; consequentemente p é verdadeiro.

Regra da Simplificação

$$p \wedge q \Rightarrow p$$

p	q	$p \wedge q$
V	V	V
V	F	F
F	V	F
F	F	F

Modus Ponens

Se chover, então fico em casa.
Chove.
Então fico em casa.

$$p \wedge (p \rightarrow q) \Rightarrow q$$

Se p então q;
p;
consequentemente q

Modus Tollens

Se existe fogo aqui, então aqui também há oxigênio.
Não há oxigênio aqui.
Então aqui não há fogo

$$\sim q \wedge (p \to q) \Rightarrow \sim p$$

Se *p* então *q*;
não *q*;
consequentemente não *p*

Silogismo Disjuntivo

Ele tem mais que 16 anos ou ele é criança.
Ele não tem mais que 16 anos.
Logo, ele é criança

$$(p \vee q) \wedge \sim p \Rightarrow q$$

p ou q;
não p;
consequentemente, q

Silogismo e Falácias

Se Deus existe, a vida faz sentido.
Ora, a vida faz sentido.
Logo, Deus existe.

Este argumento é uma conhecida **falácia:** trata-se da falácia da afirmação do consequente ou do "Modus ponens".

Nem todos os silogismos possíveis de serem formados são válidos e, que, portanto, é possível cometer-se falácias ao utilizar uma forma errônea.

Com efeito, da afirmação do consequente (a vida faz sentido) não se infere o antecedente (Deus existe).

Silogismo e Falácias

Devemos considerar uma outra falácia em relação ao ***silogismo hipotético condicional***. É a falácia da negação do antecedente ou do "Modus tollens" e comete-se quando se nega o antecedente no lugar de se negar o consequente.

Assim, retomando o exemplo referido, se argumentássemos da seguinte forma :

Se Deus existe, a vida faz sentido.
Ora, Deus não existe.
Logo, a vida não faz sentido.

Estaríamos cometendo um erro de raciocínio, ou seja, uma falácia.

Silogismo e Falácias

O silogismo hipotético condicional comporta dois modos **válidos**:

Modus Ponens ou ponendo ponens (pôr)

Se Deus existe, a vida faz sentido.
Ora, Deus existe.
Logo, a vida faz sentido.

Modus Tollens ou tolendo tollens (tirar)

Se Deus existe, a vida faz sentido.
Ora, a vida não faz sentido.
Logo, Deus não existe.

Silogismo Hipotético e Falácias

$$(p \to q) \land (q \to r) \Rightarrow p \to r$$

Assim, temos por exemplo que:
Todo P é Q
Todo Q é R

Portanto:

Todo P é R

Silogismo Hipotético e Falácias

$$(p \rightarrow q) \wedge (q \rightarrow r) \Rightarrow p \rightarrow r$$

Assim, temos por exemplo que:
Todo P é Q
Todo Q é R

Portanto:

Todo P é R

Silogismo Hipotético e Falácias

Foram compiladas listas de silogismos válidos, mas nem tudo que tem a forma de um é. Por exemplo, se no exemplo, onde temos que:

Todo homem é mortal. A -> B

Se, ao invés de observarmos A, ou seja, que alguém é um homem, observa-se B, que algo é mortal, não seria possível concluir que A.

Silogismo Hipotético e Falácias

Foram compiladas listas de silogismos válidos, mas nem tudo que tem a forma de um é. Por exemplo, se no exemplo, onde temos que:

Todo homem é mortal. A -> B

Se, ao invés de observarmos A, ou seja, que alguém é um homem, observa-se B, que algo é mortal, não seria possível concluir que A.

- $A \longrightarrow B$: Todo homem é mortal.
- B: Totó é mortal

  Não significa que
- A: Totó é homem!

Por outro lado, se

- $A \longrightarrow B$: Todo homem é mortal.
- Não A: Totó não é um homem

  Também não segue que
- Não B: Totó não é mortal

Silogismo Hipotético e Falácias

- A $\longrightarrow$ B: Todo homem é mortal.

  Se observarmos que B é falso

- Não B: Algo não é mortal

  Isto significa necessariamente que

- Não A: este algo não é um homem (afinal se fosse um homem, deveria ser mortal, o que determinamos na segunda premissa que não era verdade).

Silogismo Hipotético e Falácias

Vimos que nem todos os silogismos possíveis de serem formados são válidos e, que, portanto, é possível cometer-se falácias ao utilizar uma forma errônea.

Existem listas de falácias conhecidas na Internet:

http://www2.uol.com.br/aprendiz/n_colunas/f_litto/index.htm

http://en.wikipedia.org/wiki/Logical fallacy

Silogismo Hipotético

$$(p \rightarrow q) \wedge (q \rightarrow r) \Rightarrow p \rightarrow r$$

Se eu não despertar, então não posso ir ao trabalho.

Se eu não puder ir ao trabalho, então eu não vou receber o salário.

Portanto, se eu não despertar, então eu não vou receber o salário

Se p então q;
se q então r;
consequentemente,
se p então r

"Se vou ao bar ou vou ao mercado, então vou ao bar e vou ao mercado " é
somente correto afirmar que a proposição composta em questão

A) é uma contingência
B) é uma contradição
C) é um silogismo disjuntivo.
D) é uma tautologia
E) não é uma proposição composta

TAUTOLOGIA

Tautologia é uma proposição cujo valor lógico é sempre verdadeiro.

CONTRADIÇÃO

Contradição é uma proposição cujo valor lógico é sempre falso.

CONTINGÊNCIA

Quando uma proposição não é tautológica nem contradição

SILOGISMO DISJUNTIVO.

$$(p \vee q) \wedge \sim p \Rightarrow q$$

Se vou ao bar ou vou ao mercado, então vou ao bar e vou ao mercado

p: vou ao bar
q: vou ao mercado

(p v q) -> p ^ q

p	q	p v q	p^q	(p v q) -> p ^ q
v	v	v	v	v
v	f	v	f	f
f	v	v	f	f
f	f	f	f	v

A partir da condicional $p \to q$ podem ser obtidas as condicionais que são equivalentes à $p \to q$

(1) $q \to p$, denominada proposição ***recíproca*** de $p \to q$;

(2) $\sim p \to \sim q$, denominada proposição ***contrária*** de $p \to q$; e

(3) $\sim q \to \sim p$, denominada proposição ***contrapositiva*** de $p \to q$ ou recíproca da proposição $\sim p \to \sim q$.

p	q	~p	~q	$p \to q$	$\sim q \to \sim p$	$q \to p$	$\sim p \to \sim q$
V	V	F	F	V	V	V	V
V	F	F	V	F	F	V	V
F	V	V	F	V	V	F	F
F	F	V	V	V	V	V	V

EXERCÍCIO

Mostre que as Hipóteses "Não está ensolarado esta tarde e está mais frio que ontem", "Vamos nadar se estiver ensolarado", "Se não formos nadar, então vamos fazer um passeio de barco" e "Se fizermos um passeio de barco, então estaremos em casa ao anoitecer" Nos levam a conclusão "Estaremos em casa ao anoitecer".

EXERCÍCIO

p: está ensolarado esta tarde

q: está mais frio que ontem

r: vamos nadar

s: vamos fazer um passeio de barco

t: estaremos em casa ao anoitecer

$\sim p \wedge q$, $r \rightarrow p$, $\sim r \rightarrow s$, $s \rightarrow t$

EXERCÍCIO

p: está ensolarado esta tarde

q: está mais frio que ontem

r: vamos nadar

s: vamos fazer um passeio de barco

t: estaremos em casa ao anoitecer

~p ^ q Hipótese

∴

~p (Simplificação)

~p

r→p

∴

~r (Modus Tollens)

EXERCÍCIO

p: está ensolarado esta tarde

q: está mais frio que ontem

r: vamos nadar

s: vamos fazer um passeio de barco

t: estaremos em casa ao anoitecer

$\sim p \wedge q$ Hipótese

$\therefore$

$\sim p$ (Simplificação)

$\sim p$

$r \rightarrow p$

$\therefore$

$\sim r$ (Modus Tollens)

$\sim r$

$\sim r \rightarrow s$

$\therefore$

s (Modus ponens)

s

$s \rightarrow t$

$\therefore$

t (Modus ponens)

EXERCÍCIO

Mostre que as hipóteses “Se você me mandar um e-mail então terminarei o programa”. ”Se você não me mandar um e-mail então vou dormir cedo”. Se eu dormir cedo acordarei me sentindo bem” Nos levam a conclusão “Se eu não terminar o programa então acordarei me sentindo bem”

EXERCÍCIO

p: você me mandar um e-mail
q:terminarei o programa
r: vou dormir cedo
s: acordarei me sentindo bem

$p \rightarrow q$, $\sim p \rightarrow r$, $r \rightarrow s$

EXERCÍCIO

p: você me mandar um e-mail
q:terminarei o programa
r: vou dormir cedo
s: acordarei me sentindo bem

$p \rightarrow q$

$\sim q \rightarrow \sim p$ (contrapositiva)

$\sim q \rightarrow \sim p$

$\sim p \rightarrow r$

$\therefore$

$\sim q \rightarrow r$ (Silogismo Hipotético)

$\sim q \rightarrow r$

$r \rightarrow s$

$\therefore$

$\sim q \rightarrow s$ (Silogismo Hipotético)

Redução ao absurdo

De $(p \to q)$, $(p \to \neg q)$, infere-se $\neg p$.

Eliminação da dupla negação

De $\neg\neg p$, infere-se p.

Introdução da conjunção

De p e q, infere-se $(p \wedge q)$.

Eliminação da conjunção

De $(p \wedge q)$, infere-se p

De $(p \wedge q)$, infere-se q.

Introdução da disjunção

De p, infere-se $(p \vee q)$

De p, infere-se $(q \vee p)$.

Eliminação da disjunção

De $(p \vee q)$, $(p \rightarrow r)$, $(q \rightarrow r)$, infere-se r.

Introdução do Bicondicional

De $(p \rightarrow q)$, $(q \rightarrow p)$, infere-se $(p \leftrightarrow q)$.

Eliminação do Bicondicional

De $(p \leftrightarrow q)$, infere-se $(p \rightarrow q)$;

De $(p \leftrightarrow q)$, infere-se $(q \rightarrow p)$.

Modus ponens (eliminação do condicional)

De p, $(p \rightarrow q)$, infere-se q.

Demonstração Condicional (introdução do condicional)

Se p for aceito como prova de q, infere-se $(p \rightarrow q)$.