

# EQUIVALÊNCIA LÓGICA



**Prof.: Rafael Dias Ribeiro**

**Autora:**

**Prof. Dra. Denise Candal**

# Equivalência Lógica



- Uma proposição  $P(p,q,r,\dots)$  é logicamente equivalente ou simplesmente equivalente a uma proposição  $Q(p,q,r,\dots)$  se as tabelas-verdade de ambas as proposições são rigorosamente iguais. Utilizaremos para indicar tal fato a notação  $P(p,q,r,\dots) \Leftrightarrow Q(p,q,r,\dots)$  .

# Observação



- Se as duas proposições forem ambas tautológicas ou ambas contradições , então são equivalentes.

## Equivalências Lógicas

Comutativa	$p \wedge q \Leftrightarrow q \wedge p$
Comutativa	$p \vee q \Leftrightarrow q \vee p$
Associativa	$(p \wedge q) \wedge r \Leftrightarrow p \wedge (q \wedge r)$
Associativa	$(p \vee q) \vee r \Leftrightarrow p \vee (q \vee r)$
Idempotente	$p \wedge p \Leftrightarrow p$
Idempotente	$p \vee p \Leftrightarrow p$
Absorção	$p \wedge (p \vee q) \Leftrightarrow p$
Absorção	$p \vee (p \wedge q) \Leftrightarrow p$

## Equivalências Lógicas

Absorção	$p \wedge (p \vee q) \Leftrightarrow p$
Absorção	$p \vee (p \wedge q) \Leftrightarrow p$
Lei de Morgan	$\sim (p \vee q) \Leftrightarrow \sim p \wedge \sim q$
Lei de Morgan	$\sim (p \wedge q) \Leftrightarrow \sim p \vee \sim q$
Def Implicação	$p \rightarrow q \Leftrightarrow \sim p \vee q$
Def Implicação	$p \rightarrow q \Leftrightarrow \sim (p \wedge \sim q)$
Def Bicondicional	$p \Leftrightarrow q \Leftrightarrow (p \rightarrow q) \wedge (q \rightarrow p)$
Def Bicondicional	$p \Leftrightarrow q \Leftrightarrow (\sim p \vee q) \wedge (\sim q \vee p)$

# Leis de Morgan



$$\sim (p \vee q) \Leftrightarrow \sim p \wedge \sim q$$

$p$	$q$	$p \vee q$	$\sim(p \vee q)$	$\sim p$	$\sim q$	$\sim p \wedge \sim q$
V	V					
V	F					
F	V					
F	F					

# Leis de Morgan



$$\sim (p \vee q) \Leftrightarrow \sim p \wedge \sim q$$

$p$	$q$	$p \vee q$	$\sim(p \vee q)$	$\sim p$	$\sim q$	$\sim p \wedge \sim q$
V	V	V	F	F	F	F
V	F	V	F	F	V	F
F	V	V	F	V	F	F
F	F	F	V	V	V	V

# Leis de Morgan



$$\sim (p \wedge q) \Leftrightarrow \sim p \vee \sim q$$

$p$	$q$	$p \wedge q$	$\sim(p \wedge q)$	$\sim p$	$\sim q$	$\sim p \vee \sim q$
V	V					
V	F					
F	V					
F	F					

# Leis de Morgan



$$\sim (p \wedge q) \Leftrightarrow \sim p \vee \sim q$$

$p$	$q$	$p \wedge q$	$\sim(p \wedge q)$	$\sim p$	$\sim q$	$\sim p \vee \sim q$
V	V	V	F	F	F	F
V	F	F	V	F	V	V
F	V	F	V	V	F	V
F	F	F	V	V	V	V

# Definição de Implicação



$$p \rightarrow q \Leftrightarrow \sim p \vee q$$

$p$	$q$	$p \rightarrow q$	$\sim p$	$\sim p \vee q$
V	V			
V	F			
F	V			
F	F			

# Definição de Implicação



$$p \rightarrow q \Leftrightarrow \sim p \vee q$$

$p$	$q$	$p \rightarrow q$	$\sim p$	$\sim p \vee q$
V	V	V	F	V
V	F	F	F	F
F	V	V	V	V
F	F	V	V	V

# Definição de Implicação



$$p \rightarrow q \Leftrightarrow \sim (p \wedge \sim q)$$

$p$	$q$	$p \rightarrow q$	$\sim q$	$p \wedge \sim q$	$\sim(p \wedge \sim q)$
V	V				
V	F				
F	V				
F	F				

# Definição de Implicação



$$p \rightarrow q \Leftrightarrow \sim (p \wedge \sim q)$$

$p$	$q$	$p \rightarrow q$	$\sim q$	$p \wedge \sim q$	$\sim(p \wedge \sim q)$
V	V	V	F	F	V
V	F	F	V	V	F
F	V	V	F	F	V
F	F	V	V	F	V

# Definição de Bicondicional



$$p \leftrightarrow q \Leftrightarrow (p \rightarrow q) \wedge (q \rightarrow p)$$

$p$	$q$	$p \rightarrow q$	$q \rightarrow p$	$(p \rightarrow q) \wedge (q \rightarrow p)$	$p \leftrightarrow q$
V	V				
V	F				
F	V				
F	F				

# Definição de Bicondicional



$$p \leftrightarrow q \Leftrightarrow (p \rightarrow q) \wedge (q \rightarrow p)$$

$p$	$q$	$p \rightarrow q$	$q \rightarrow p$	$(p \rightarrow q) \wedge (q \rightarrow p)$	$p \leftrightarrow q$
V	V	V	V	V	V
V	F	F	V	F	F
F	V	V	F	F	F
F	F	V	V	V	V

# Definição de Bicondicional



$$p \leftrightarrow q \Leftrightarrow (\sim p \vee q) \wedge (\sim q \vee p)$$

$p$	$q$	$\sim p$	$\sim q$	$\sim p \vee q$	$\sim q \vee p$	$(\sim p \vee q) \wedge (\sim q \vee p)$	$p \leftrightarrow q$
V	V						
V	F						
F	V						
F	F						

# Definição de Bicondicional



$$p \leftrightarrow q \Leftrightarrow (\sim p \vee q) \wedge (\sim q \vee p)$$

$p$	$q$	$\sim p$	$\sim q$	$\sim p \vee q$	$\sim q \vee p$	$(\sim p \vee q) \wedge (\sim q \vee p)$	$p \leftrightarrow q$
V	V	F	F	V	V	V	V
V	F	F	V	F	V	F	F
F	V	V	F	V	F	F	F
F	F	V	V	V	V	V	V

# Equivalentes?



“Se está quente e úmido não choverá”.

“Se chover, então o céu não está quente ou não está úmido”.

# Equivalentes?



“Se está quente e úmido não choverá”.

“Se chover, então o céu não está quente ou não está úmido”.

Quente:  $p$

Úmido:  $q$

Chove(rá):  $r$

$$p \wedge q \rightarrow \sim r$$

$$r \rightarrow \sim p \vee \sim q$$

# Inferência



"Se os alunos se empenham, então haverá uma grande festa", podemos inferir como conclusão:

F

- a) Os alunos se empenham e não haverá uma grande festa.
- b) Os alunos não se empenham e haverá uma grande festa
- c) Os alunos não se empenham e não haverá uma grande festa.
- d) Os alunos não se empenham ou não haverá uma grande festa.
- e) Os alunos não se empenham ou haverá uma grande festa.

# Inferência



"Se os alunos se empenham, então haverá uma grande festa", podemos inferir como conclusão:

□

p: alunos se empenham

q: haverá uma grande festa

$p \rightarrow q$

# Inferência



p: alunos se empenham

q: haverá uma grande festa

$p \rightarrow q$

□

Os alunos se empenham e não haverá uma grande festa.

$p \wedge \sim q$

Os alunos não se empenham e haverá uma grande festa

$\sim p \wedge q$

Os alunos não se empenham e não haverá uma grande festa.

$\sim p \wedge \sim q$

# Inferência



p: alunos se empenham

q: haverá uma grande festa

$p \rightarrow q$

□

Os alunos não se empenham ou não haverá uma grande festa.

$\sim p \vee \sim q$

Os alunos não se empenham ou haverá uma grande festa.

$\sim p \vee q$  (Por Def. de Implicação)

$p \rightarrow q \Leftrightarrow \sim p \vee q$

# Inferência



"Se os alunos se empenham, então haverá uma grande festa", podemos inferir como conclusão:

F

- a) Os alunos se empenham e não haverá uma grande festa.
- b) Os alunos não se empenham e haverá uma grande festa
- c) Os alunos não se empenham e não haverá uma grande festa.
- d) Os alunos não se empenham ou não haverá uma grande festa.
- e) **Os alunos não se empenham ou haverá uma grande festa.**

$$p \wedge q \rightarrow \sim r \Leftrightarrow r \rightarrow \sim p \vee \sim q \quad ?$$

$p$	$q$	$r$	$p \wedge q$	$\sim r$	$p \wedge q \rightarrow \sim r$	$\sim p$	$\sim q$	$\sim p \vee \sim q$	$r \rightarrow \sim p \vee \sim r$
V	V	V	V	F	F	F	F	F	F
V	V	F	V	V	V	F	F	F	V
V	F	V	F	F	V	F	V	V	V
F	V	V	F	F	V	V	F	V	V
V	V	F	V	V	V	F	F	F	V
F	V	V	F	F	V	V	F	V	V
V	F	V	F	F	V	F	V	V	V
F	F	F	F	V	V	V	V	V	V

# Problema 1



A loja de Abul foi roubada, mas as jóias foram recuperadas. Havia três suspeitos: seus nomes eram Abdul, Ibn e Hassib. No julgamento, os acusados deram os seguintes depoimentos:

**Abdul:** Não fui eu que cometi o roubo.

**Ibn;** Não foi Hassib quem roubou a loja.

**Hassib:** Sim, o ladrão fui eu! -

Mais tarde, dois deles confessaram ter mentido. Quem era o ladrão ?

Abdul cometeu o crime:  $p$

Ibn cometeu o crime:  $q$

Hassib cometeu o crime:  $r$

**Abdul:** Não fui eu que cometi o roubo.  $\sim p$

**Ibn:** Não foi Hassib quem roubou a loja.  $\sim r$

**Hassib:** Sim, o ladrão fui eu!  $r$

Dois deles confessaram ter mentido.

$\sim p$			
$\sim r$			
$r$			

Abdul cometeu o crime:  $p$

Ibn cometeu o crime:  $q$

Hassib cometeu o crime:  $r$

**Abdul:** Não fui eu que cometi o roubo.  $\sim p$

**Ibn:** Não foi Hassib quem roubou a loja.  $\sim r$

**Hassib:** Sim, o ladrão fui eu!  $r$

Dois deles confessaram ter mentido.

$\sim p$	F	V	F
$\sim r$	F	F	V
$r$	V	F	F

Abdul cometeu o crime:  $p$

Ibn cometeu o crime:  $q$

Hassib cometeu o crime:  $r$

**Abdul:** Não fui eu que cometi o roubo.  $\sim p$

**Ibn:** Não foi Hassib quem roubou a loja.  $\sim r$

**Hassib:** Sim, o ladrão fui eu!  $r$

Dois deles confessaram ter mentido.

$\sim p$	F		F
$\sim r$	F		V
$r$	V		F

Abdul cometeu o crime:  $p$

Ibn cometeu o crime:  $q$

Hassib cometeu o crime:  $r$

**Abdul:** Não fui eu que cometi o roubo.  $\sim p$

**Ibn:** Não foi Hassib quem roubou a loja.  $\sim r$

**Hassib:** Sim, o ladrão fui eu!  $r$

Dois deles confessaram ter mentido.

$\sim p$	F		F
$\sim r$	F		V
$r$	V		F

$p$	V

Abdul cometeu o crime:  $p$

Ibn cometeu o crime:  $q$

Hassib cometeu o crime:  $r$

Mentira!!!

**Abdul:** Não fui eu que cometi o roubo.  $\sim p$

**Ibn:** Não foi Hassib quem roubou a loja.  $\sim r$

**Hassib:** Sim, o ladrão fui eu!  $r$

Dois deles confessaram ter mentido.

$\sim p$	F		F
$\sim r$	F		V
$r$	V		F

$p$	V
-----	---

Abdul cometeu o crime:  $p$

Ibn cometeu o crime:  $q$

Hassib cometeu o crime:  $r$

Mentira!!!

Verdade!!!

**Abdul:** Não fui eu que cometi o roubo.  $\sim p$

**Ibn:** Não foi Hassib quem roubou a loja.  $\sim r$

**Hassib:** Sim, o ladrão fui eu!  $r$

Dois deles confessaram ter mentido.

$\sim p$	F		F
$\sim r$	F		V
$r$	V		F

$p$	V
-----	---

Abdul cometeu o crime: p

Ibn cometeu o crime: q

Hassib cometeu o crime: r

Mentira!!!

Verdade!!!

**Abdul:** Não fui eu que cometi o roubo.  $\sim p$

**Ibn:** Não foi Hassib quem roubou a loja.  $\sim r$

**Hassib:** Sim, o ladrão fui eu!

**r**

Dois deles confessaram ter mentido.

Mentira!!!

$\sim p$	F		F
$\sim r$	F		V
<b>r</b>	V		F

p	v
---	---

Três pessoas prestam depoimento e o que dizem está registrado a seguir:

Bernardo: “João é culpado e Saul é inocente”.

João: “Se Bernardo é culpado, Saul também é culpado”.

Saul: Eu sou inocente, mas, pelo menos, um dos outros é culpado.

A partir desses depoimentos identifique os inocentes e os culpados, supondo todos os depoimentos verdadeiros.

João é culpado:  $p$

Saul é culpado:  $q$

Bernardo é culpado:  $r$

Bernardo: “João é culpado e Saul é inocente”.  $p \wedge \sim q$

João: “Se Bernardo é culpado, Saul também é culpado”.  $r \rightarrow q$

Saul: Eu sou inocente, mas, pelo menos, um dos outros é culpado.  $\sim q \wedge p$  ou  $\sim q \wedge r$  ou  $\sim q \wedge (p \wedge r)$

Todos os depoimentos verdadeiros.

João é culpado:  $p$

Saul é culpado:  $q$

Bernardo é culpado:  $r$

Bernardo: “João é culpado e Saul é inocente”.  $p \wedge \sim q$

João: “Se Bernardo é culpado, Saul também é culpado”.  $r \rightarrow q$

Saul: Eu sou inocente, mas, pelo menos, um dos outros é culpado.  $\sim q \wedge p$  ou  $\sim q \wedge r$  ou  $\sim q \wedge (p \wedge r)$

Todos os depoimentos verdadeiros.

João é culpado:  $p$

V



Saul é culpado:  $q$

F

Bernardo é culpado:  $r$

F

Bernardo: “João é culpado e Saul é inocente”.  $p \wedge \sim q$

João: “Se Bernardo é culpado, Saul também é culpado”.  $r \rightarrow q$

Saul: Eu sou inocente, mas, pelo menos, um dos outros é culpado.  $\sim q \wedge p$  ou  $\sim q \wedge r$  ou  $\sim q \wedge (p \wedge r)$

Todos os depoimentos verdadeiros.